

L^AT_EX – matematyka

L^AT_EX został zaprojektowany głównie z myślą o eleganckim pisaniu formuł matematycznych. Formuła może być wyświetlana zarówno w linii z tekstem w akapicie, jak i w osobnej linii z pionowym odstępem nad i pod nią. Do osiągnięcia pierwszego celu (np. do równania: $a \equiv b \pmod{\theta}$) możemy wykorzystać jeden ze sposobów:

```
$a \equiv b \pmod{\theta}$
```

lub

```
\( a \equiv b \pmod{\theta} \)
```

lub

```
\begin{math}  
  a \equiv b \pmod{\theta}  
\end{math}
```

Najczęściej będziemy korzystali zapewne z pierwszego z nich, choć ze względu na fakt, że \$ może być zarówno początkiem, jak i końcem środowiska matematycznego, należy liczyć się z dziwnymi komunikatami L^AT_EXa odnośnie nieprawidłowego użycia \$.

Jeżeli chcemy, aby formuła była wyświetlana w osobnej linii, to możemy użyć jednego z dwóch równoważnych sposobów:

```
\[  
  \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} \, dx = \sqrt{\pi}  
\]
```

lub

```
\begin{displaymath}  
  \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} \, dx = \sqrt{\pi}  
\end{displaymath}
```

Końcowy efekt będzie wyglądał następująco:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$$

W T_EXu do podobnego celu wykorzystuje się \$\$... \$\$, ale w L^AT_EXu może on powodować problemy ze zgodnością niektórych makr, więc jego używanie jest odradzane.

Środowisko `equation` różni się od środowiska `displaymath` tym, że numeruje formuły. Jeżeli nie chcemy w ogóle numerować formuł, to wykorzystujemy środowisko `equation*` (równoważne `displaymath`). Przykładowo taki napis:

```
\begin{equation}\label{E:int}  
  \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} \, dx = \sqrt{\pi}  
\end{equation}
```

jest interpretowany jako:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi} \quad (1)$$

Komenda `\label` jest opcjonalna. W przypadku jej użycia możemy odwołać się do danego równania tak:

`see~(\ref{E:int})`

i otrzymać: see (1) lub tak:

`see~\eqref{E:int}`

i otrzymać: see (1). Jeżeli chcemy, aby w numerach formuł pojawił się numer działu, wykorzystujemy następujące polecenie wpisane w nagłówku dokumentu:

`\numberwithin{equation}{section}`

Uwaga! W powyższych środowiskach matematycznych wstawianie pustych linii jest niedozwolone i powoduje błędy.

Przykłady bazowych konstrukcji matematycznych:

$a + b, a - b, -a, a/b, ab$	<code>\$a + b\$, \$a - b\$, \$-a\$, \$a / b\$, \$a b\$</code>
$a \cdot b, a \times b, a \div b$	<code>\$a \cdot b\$, \$a \times b\$, \$a \div b\$</code>
$a \equiv b \pmod{\theta}, a \bmod b$	<code>\$a \equiv b \pmod{\theta}\$, \$a \bmod b\$</code>
$\frac{1 + 2x}{x + y + xy}$	<code>\$\$\dfrac{1 + 2x}{x + y + xy}\$\$</code>
$\frac{1+2x}{x+y+xy}$	<code>\$\$\tfrac{1 + 2x}{x + y + xy}\$\$</code>

Do zapisywania ułamków wystarczy znacznik `\frac`, choć jego użycie ma inny efekt w zależności od środowiska. Przykładowo mamy ułamek w akapicie z tekstem: $\frac{1+2x}{x+y+xy}$ i ułamek w osobnej linii:

$$\frac{1 + 2x}{x + y + xy}$$

$a_1, a_{i_1}, a^2, a^{b^c}, a^{i_1}, a_i + 1, a_{i+1}, a_1^2, a_1^2, a_{b_c}$

```
\[
a_{1},\ a_{i_{1}},\ a^{2},\ a^{b^{c}},\ a^{i_{1}},\
a_{i} + 1,\ a_{i + 1},\ a_{1}^{2},\ a^{2}_{1},\ a_{b_{c}}
\]
```

Jeżeli w indeksie górnym lub dolnym ma się znajdować dokładnie jeden znak, to można wtedy pominąć nawiasy klamrowe, np. `a_1` da nam ciągle a_1 , ale `a_11` da nam już a_11 .

f'^2	<code>\$f^{\prime 2}\$</code>
osobny znak †	osobny znak <code>\$\dagger\$</code>

$$\binom{a}{b+c} \text{ and } \binom{\frac{n^2-1}{2}}{n+1}$$

```
\[
  \binom{a}{b + c} \text{ and }
  \binom{\frac{n^2 - 1}{2}}{n + 1}
\]
```

Analogicznie jak w przypadku `\frac`, dla `\binom` istnieją też warianty `\dbinom` i `\tbinom`.

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

```
\[
  F(x_{1}, x_{2}, \ldots, x_{n})
\]
```

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n$$

```
\[
  x_{1} + x_{2} + \cdots + x_{n}
\]
```

Szczególnie w przypadku macierzy przydają się też `\vdots` i `\ddots`.

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$$

```
\[
  \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} \, dx = \sqrt{\pi}
\]
```

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$$

```
\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} \, dx = \sqrt{\pi}
```

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$$

```
\int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} \, dx = \sqrt{\pi}
```

Istnieją też inne warianty całek, jak `\oint` (`\oint`) czy `\iint` (`\iint`). Ta druga wymaga dołączenia pakietu `wasysym`.

$$\begin{array}{ll} \sqrt{5} & \text{\$}\sqrt{5}\text{\$} \\ \sqrt{a+2b+c^2} & \text{\$}\sqrt{a+2b+c^2}\text{\$} \\ \sqrt[5]{5} & \text{\$}\sqrt[5]{5}\text{\$} \end{array}$$

$$\sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{1}{2}\sqrt{1 + \frac{1}{3}\sqrt{1 + \frac{1}{4}\sqrt{1 + \dots}}}}}}$$

```
\[
  \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{1}{2}\sqrt{1 + \frac{1}{3}\sqrt{1 + \frac{1}{4}\sqrt{1 + \dots}}}}}}
\]
```

$$A = \{x \mid x \in X_i, \text{ for some } i \in I\}$$

```
\[
A = \{\, x \mid x \in X_{i}, \text{ for some } i \in I \, \}
\]
```

$$A = \{x \mid \text{for } x \text{ large}\}$$

```
\[
A = \{\, x \mid \text{for } x \text{ large} \, \}
\]
```

$$a_{\text{left}} + 2 = a_{\text{right}}$$

```
\[
a_{\text{left}} + 2 = a_{\text{right}}
\]
```

The constant a_{right} is recursive in a .

```
\emph{The constant  $a_{\text{right}}$  is recursive in  $a$ .}
```

Ograniczniki służą do otaczania podformuł. Najważniejsze z nich zostały zebrane w Tabeli 1. Ograniczniki można rozciągać przy pomocy znaczników `\left` i `\right`.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^\alpha$$

```
\[
\left( \frac{1}{2} \right)^\alpha
\]
```

Nazwa ogranicznika	Znacznik	Wygląd ogranicznika
lewy nawias okrągły	((
prawy nawias okrągły))
lewy nawias kwadratowy	[lub \lbrack	[
prawy nawias kwadratowy] lub \rbrack]
lewy nawias klamrowy	\{ lub \lbrace	{
prawy nawias klamrowy	\} lub \rbrace	}
backslash	\backslash	\
slash	/	/
lewy nawias ostrokątny	\langle	<
prawy nawias ostrokątny	\rangle	>
pionowa linia	lub \vert	
podwójna pionowa linia	\ lub \Vert	
lewa podłoga	\lfloor	⌊
prawa podłoga	\rfloor	⌋
lewy sufit	\lceil	⌈
prawy sufit	\rceil	⌉

Tabela 1: Wybrane ograniczniki.

$$\left| \frac{a+b}{2} \right|, \quad \|A^2\|, \quad \left(\frac{a}{2}, b \right], \quad F(x)|_a^b$$

```
\[
\left| \frac{a + b}{2} \right|, \quad \quad
\left\| A^2 \right\|, \quad \quad
\left( \frac{a}{2}, b \right], \quad \quad
\left. F(x) \right|_a^b
\]
```

Istnieją także “nierozciągające” ograniczniki, które w pewnych przypadkach sprawdzają się lepiej od tych “rozciągających”.

(((((

```
\[
(\quad \bigl(\quad \Bigl(\quad \biggl(\quad \Biggl(
\]
```

$$F(x)|_a^b \quad F(x)|_a^b \quad F(x)|_a^b$$

```
\[
F(x) |^b_a \quad \quad
F(x) \bigr|^b_a \quad \quad
\]
```

```
F(x) \Bigr|^{\{b\}}_{\{a\}}  
\]
```

$$((a_1b_1) - (a_2b_2))((a_2b_1) + (a_1b_2)) \quad ((a_1b_1) - (a_2b_2))((a_2b_1) + (a_1b_2))$$

```
\[  
\left( (a_1 b_1) - (a_2 b_2) \right)  
\left( (a_2 b_1) + (a_1 b_2) \right)  
\quad  
\bigl( (a_1 b_1) - (a_2 b_2) \bigr)  
\bigl( (a_2 b_1) + (a_1 b_2) \bigr)  
\]
```

$$\left\{ x \mid \int_0^x t^2 dt \leq 5 \right\}$$

```
\[  
\left\{ \, x \mid \int_0^x t^2 dt \leq 5 \, \right\}  
\]
```

Operatory bez granic:

arccos	\arccos	cot	\cot	hom	\hom	sin	\sin
arcsin	\arcsin	coth	\coth	ker	\ker	sinh	\sinh
arctan	\arctan	csc	\csc	lg	\lg	tan	\tan
arg	\arg	deg	\deg	ln	\ln	tanh	\tanh
cos	\cos	dim	\dim	log	\log		
cosh	\cosh	exp	\exp	sec	\sec		

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

```
\[  
\sin^2 x + \cos^2 x = 1  
\]
```

Wybrane operatory z granicami:

det	\det	lim sup	\limsup
gcd	\gcd	max	\max
inf	\inf	min	\min
lim	\lim	Pr	\Pr
lim inf	\liminf	sup	\sup

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$$

```
\[  
  \lim_{x \to 0} f(x) = 1  
\]
```

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$$

```
\[  
  \lim\nolimits_{x \to 0} f(x) = 1  
\]
```

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$$

```
\$ \lim_{x \to 0} f(x) = 1 \$
```

Możemy również zdefiniować własne operatory, zarówno bez granic, jak i z. W tym celu należy w nagłówku dokumentu wpisać:

* `\DeclareMathOperator{\Trunc}{Truncat}`
aby uzyskać operator `Truncat` bez granic,

* `\DeclareMathOperator*\{ \doublesum \}{ \sum \sum }`
aby uzyskać operator $\sum \sum$ z granicami.

$$\sum \sum_{i^2+j^2=50} \text{Truncat } i + j$$

```
\[  
  \doublesum_{i^2 + j^2 = 50} \Trunc i + j  
\]
```

Wybrane wielkie operatory.

<code>\sum_{i=1}^n</code>	$\sum_{i=1}^n$
<code>\prod_{i=1}^n</code>	$\prod_{i=1}^n$
<code>\bigcap_{i=1}^n</code>	$\bigcap_{i=1}^n$
<code>\bigcup_{i=1}^n</code>	$\bigcup_{i=1}^n$
<code>\bigwedge_{i=1}^n</code>	$\bigwedge_{i=1}^n$
<code>\bigvee_{i=1}^n</code>	$\bigvee_{i=1}^n$

$$\frac{z^d - z_0^d}{z - z_0} = \sum_{k=1}^d z_0^{k-1} z^{d-k} \quad \text{and} \quad (T^n)'(x_0) = \prod_{k=0}^{n-1} T'(x_k)$$

```
\[
\frac{z^d - z_0^d}{z - z_0} =
\sum_{k=1}^d z_0^{k-1} z^{d-k}
\text{\quad and\quad}
(T^n)'(x_0) = \prod_{k=0}^{n-1} T'(x_k)
\]
```

Przykład z użyciem wielu linii pod wielkim operatorem:

$$\sum_{\substack{i < n \\ i \text{ even}}} x_i^2$$

```
\[
\sum_{\substack{i < n \\ i \text{ even}}}
x_i^2
\]
```

$$\overbrace{a + b + \dots + z}$$

```
\[
\overbrace{a + b + \dots + z}
\]
```

$$\overbrace{a + a + \dots + a}^n$$

```
\[
\overbrace{a + a + \dots + a}^n
\]
```

$$\underbrace{a + a + \dots + a}_n$$

```
\[
\underbrace{a + a + \dots + a}_n
\]
```

$$\underbrace{\overbrace{a + \dots + a}^{(m-n)/2} + \underbrace{b + \dots + b}_n + \overbrace{a + \dots + a}^{(m-n)/2}}_m$$


```
\[
  \underbrace{
    \overbrace{a + \dots + a}^{\{(m - n)/2\}}
    + \underbrace{b + \dots + b}_{\{n\}}
    + \overbrace{a + \dots + a}^{\{(m - n)/2\}}
  }_{\{m\}}
\]
```

$$\overline{\overline{X \cup \overline{X}}} = \overline{X}$$

```
\[
  \overline{\overline{\overline{X} \cup \overline{\overline{X}}}}
  = \overline{\overline{\overline{X}}}
\]
```

$$\overleftarrow{a} \quad \overrightarrow{aa} \quad \overleftrightarrow{aaa} \quad \overleftarrow{\overleftarrow{aaaa}} \quad \overrightarrow{\overrightarrow{aaaaa}} \quad \overleftrightarrow{\overleftrightarrow{aaaaaa}}$$

```
\[
  \overleftarrow{a} \quad \quad \quad \overrightarrow{aa} \quad \quad \quad \overleftrightarrow{aaa}
  \overleftarrow{\overleftarrow{aaaa}} \quad \quad \quad \overrightarrow{\overrightarrow{aaaaa}} \quad \quad \quad \overleftrightarrow{\overleftrightarrow{aaaaaa}}
\]
```

$$A \xrightarrow{1-1} B \xleftarrow[\alpha \rightarrow \beta]{\text{onto}} C \xleftarrow{\gamma} D \leftarrow E$$

```
\[
  A \xrightarrow{\text{1-1}} B \xleftarrow{[\alpha \to \beta]} C \xleftarrow{[\gamma]} D \xleftarrow{} E
\]
```

galeria formuł

Formuła 1.

$$x \mapsto \{c \in C \mid c \leq x\}$$

```
\[
  x \mapsto \{\, , c \in C \mid c \leq x \, \}
\]
```

Zwróć uwagę na odstęp uzyskany komendą `\, ,`.

Formuła 2.

$$\left| \bigcup (I_j \mid j \in J) \right| < m$$

```
\[
\left| \bigcup (\, I_{\{j\}} \mid j \in J \,) \right| < \mathfrak{m}
\]
```

Komenda `\mathfrak` generuje osobny alfabet symboli matematycznych.

Formuła 3.

$$A = \{x \in X \mid x \in X_i, \text{ for some } i \in I\}$$

```
\[
A = \{\, x \in X \mid x \in X_{\{i\}}, \text{ for some } i \in I\} \, \}
\]
```

Argument podawany `\text` jest wyświetlany w trybie tekstowym zatem spacje są rozpoznawane.

Formuła 4.

$$\langle a_1, a_2 \rangle \leq \langle a'_1, a'_2 \rangle \quad \text{iff} \quad a_1 < a'_1 \quad \text{or} \quad a_1 = a'_1 \text{ and } a_2 \leq a'_2$$

```
\[
\langle a_{\{1\}}, a_{\{2\}} \rangle \rangle \leq
\langle a'_{\{1\}}, a'_{\{2\}} \rangle \rangle \quad \text{if{f}}
\quad \langle a_{\{1\}} < a'_{\{1\}} \rangle \quad \text{or}
\quad \langle a_{\{1\}} = a'_{\{1\}} \rangle \quad \text{and } a_{\{2\}} \leq a'_{\{2\}}
\]
```

Zwróć uwagę na `if{f}`, gdzie druga litera `f` jest wzięta w klamry aby uniknąć ligatury (złączenia dwóch liter `f`).

Formuła 5.

$$\Gamma_{u'} = \{ \gamma \mid \gamma < 2\chi, B_\alpha \not\subseteq u', B_\gamma \subseteq u' \}$$

```
\[
\Gamma_{\{u'\}} = \{\, \gamma \mid \gamma < 2\chi, B_{\{\alpha\}}
\nsubseteq u', B_{\{\gamma\}} \subseteq u' \, \}
\]
```

Przykład użycia liter greckich oraz odstępów wykonanych `\ .`

Formuła 6.

$$A = B^2 \times \mathbb{Z}$$

```
\[
A = B^{\{2\}} \times \mathbb{Z}
\]
```

Przykład użycia alfabetu *blackboard bold* poprzez `\mathbb`.

Formuła 7.

$$f(\mathbf{x}) = \bigvee_m \left(\bigwedge_m (x_j \mid j \in I_i) \mid i < \aleph_\alpha \right)$$

```
\[
f(\mathbf{x}) =
\bigvee\nolimits_{!\mathfrak{m}}
\left(
\bigwedge\nolimits_{\mathfrak{m}}
(\, x_{\{j\}} \mid j \in I_{\{i\}}\,)
\mid i < \aleph_{\alpha}
\right)
\]
```

Zwróć uwagę na negatywny odstęp `!` oraz komendę `\nolimits`.

Formuła 8.

$$\widehat{F}(x)\Big|_a^b = \widehat{F}(b) - \widehat{F}(a)$$

```
\[
\left. \widehat{F}(x) \right|_{\{a\}^{\{b\}}} = \widehat{F}(b) - \widehat{F}(a)
\]
```

Zwróć uwagę na użycie pustego ogranicznik `\left..`

Formuła 9.

$$f(x) \stackrel{\text{def}}{=} x^2 - 1$$

```
\[
f(x) \overset{\mathbf{def}}{=} x^2 - 1
\]
```

Użycie komendy `\overset`.

Klasyfikacja symboli matematycznych i spacje

L^AT_EX dzieli symbole na następujące kategorie:

- (i) zwyczajne symbole matematyczne takie jak: A, x, β ;
- (ii) binarne relacje takie jak: $=, \in, |, \geq$;
- (iii) binarne operacje takie jak $+$ czy $-$;
- (iv) ograniczniki: $\{, (, \text{ itp.}$

W zależności od kategorii symbolu obowiązują inne reguły spajowania dookoła niego.

Niektóre symbole w zależności od kontekstu mogą wylądować w różnych klasach. W szczególności znak $+$ jest interpretowany jako binarna operacja jeśli przed i po nim występuje symbol lub pusta grupa $\{ \}$. Problem z błędną interpretacją jest częsty przy dzieleniu formuł, dla przykładu:

$$\begin{aligned}(A + BC)x + Cy &= 0, \\ Ex + (F + G)y &= 23.\end{aligned}$$

```
\begin{alignat*}{2}
(A+B C)x & + & C & y=0, \\
Ex & + & (F + G) & y = 23.
\end{alignat*}
```

$$\begin{aligned}(A + BC)x + Cy &= 0, \\ Ex + (F + G)y &= 23.\end{aligned}$$

```
\begin{alignat*}{2}
(A+B C)x & + & C & y=0, \\
Ex & + & (F + G) & y = 23.
\end{alignat*}
```

Przy *fine tuning*'u implementacji formuł matematycznych niezastąpione są komendy explicite wstawiające odstęp bądź redukujące odstęp po symbolach w formule. Najczęściej używane takie komendy to: `\`, czyli skrót od `\thinspace` oraz jej odpowiednik redukujący odstęp o tę samą długość `\!`, czyli skrót od `\negthinspace`. Oto przykłady standardowego tuningu:

Formuła 10.

$$\int_0^\pi \sin x dx = 2, \quad \int_0^\pi \sin x dx = 2$$

Formuła 11.

$$|-f(x)|, \quad |-f(x)|$$

Formuła 12.

$$\sin x / \log n, \quad \sin x / \log n$$

Komendy modyfikujące bądź łączące symbole

Formuła 13.

$$f(x) \stackrel{\text{def}}{=} x^2 - 1$$

```
\[
f(x) \overset{ \text{def} }{=} x^{2} - 1
\]
```

Formuła 14.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f}$$

```
\[  
\frac{a}{b} \overset{u}{+} \frac{c}{d} \overset{l}{+} \frac{e}{f}  
\]
```

To kilka przykładów użycia komendy `\sideset`

Formuła 15.

$$\prod_a^c \text{ and } \prod^e$$

```
\[  
\sideset{}_{\{a\}^c}\{\prod\}\text{ and }\sideset{^e}{}{\prod}  
\]
```

Formuła 16.

$$\sum'_{\substack{i < 10 \\ j < 10}} x_i z_j$$

```
\[  
\sideset{}{'}\{\sum\}_{\substack{ i < 10 \\ j < 10 }} x_{i}z_{j}  
\]
```

$$\sum'_{\substack{i < 10 \\ j < 10}} x_i z_j$$

```
\[  
\sum'_{\substack{ i < 10 \\ j < 10 }} x_{i}z_{j}  
\]
```

Jeśli zależy nam na primie obok sumy to najwygodniej użyj właśnie komendy `\sideset`.

Formuła 17.

$${}_a^n \prod_e^r$$

```
\[  
\sideset_{\{a\}^c}\{e\}^i\{\prod\}_{n}^r  
\]
```

tagowanie

Aby nadać własną etykietę, bądź *taga*, wyświetlanej linii matematycznej wystarczy wstawić do niej, np. na koniec komendę `\tag{etykieta}`. Przypominamy, że numeracja równań w \LaTeX jest automatyczna i numer linii może się zmienić jeśli ją przesuniemy bądź wstawimy nową linię przed nią. Natomiast etykieta nadana przez `\tag` jest stała i niezależna od miejsca równania w pliku.

Formuła 18.

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi} \quad (\text{Int})$$

```
\[
\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} \, dx = \sqrt{\pi} \tag{Int}
\]
```

Formuła 19.

$$A^{(2)} \diamond B^{(2)} = (A \diamond B)^{(2)} \quad (2)$$

$$A^{(2)} \diamond B^{(2)} \equiv (A \diamond B)^{(2)} \quad (2')$$

```
\begin{equation}\label{eq:first}
A^{\langle 2 \rangle} \diamond B^{\langle 2 \rangle} =
(A \diamond B)^{\langle 2 \rangle}
\end{equation}
\begin{equation}\tag{\ref{eq:first}$'}
A^{\langle 2 \rangle} \diamond B^{\langle 2 \rangle} \equiv
(A \diamond B)^{\langle 2 \rangle}
\end{equation}
```

komenda genfrac

Formuła 20.

$$\frac{a+b}{c} \quad \left[\begin{array}{c} a+b \\ c \end{array} \right] \quad \left\{ \begin{array}{c} a+b \\ c \end{array} \right\}$$

```
\[
\genfrac{}{}{2pt}{}{a+b}{c} \quad \quad
\genfrac{[]{}{}{0pt}{}{a+b}{c} \quad \quad
\genfrac{\{\}\{\}\{}{0pt}{}{a+b}{c}
\]
```