

Słabe liczby kolorujące: dwa zastosowania

Zadanie 1. Dokończyc dowód Twierdzenia z wykładu: Niech P będzie posetem o wysokości co najwyżej h . Niech G będzie grafem poktyć posetu P i niech $c = \text{wcol}_{3h-3}(G)$. Wtedy

$$\dim(P) \leq 4^c.$$

Dowód można znaleźć w tej pracy [\[pdf\]](#).

Zadanie 2. Na wykładzie pokazaliśmy, że dla dowolnego grafu G oraz dowolnej liczby nieparzystej $p \geq 1$ mamy

$$\chi(G^{[\#p]}) \leq \text{wcol}_{2p-1}(G).$$

Okazuje się, że $\chi(G^{[\#p]})$ w terminach $\text{wcol}_p(G)$ (zamiast $\text{wcol}_{2p-1}(G)$). Wykazać, że

$$\chi(G^{[\#p]}) \leq \left(\left\lfloor \frac{1}{2}p \right\rfloor + 2 \right)^{\text{wcol}_p(G)}.$$

(Spróbuj wykazać, dowolne ograniczenie typu $\chi(G^{[\#p]}) \leq f(\text{wcol}_p(G))$. Jeśli się nie uda to zajrzyj do pracy [\[pdf\]](#).)

Uzasadnić, że nie możemy liczyć na ograniczenie typu $\chi(G^{[\#p]}) \leq f(\text{wcol}_{p-1}(G))$.