

Lista pytań egzaminacyjnych

Dla ułatwienia czasami podawana jest sekcja w książce z większością materiału do danego pytania. Czasami jednak trzeba zajrzeć w kilka miejsc.

Pytanie 1 (2.1 i 2.3). Liniowość wartości oczekiwanej (dodawanie, mnożenie przez stałą). Nierówność Jensena. Warunkowa wartość oczekiwana (zdarzenie w warunku oraz zmienna w warunku). Przykłady.

Pytanie 2 (2.2 i 2.4). Rozkład dwumianowy, rozkład geometryczny i ich własności. Własność bez pamięci, wartość oczekiwana, wariancja, wyższe momenty. Funkcje tworzące momentów.

Pytanie 3 (2.4.1, 2.5). Problem kolekcjonera kuponów (wartość oczekiwana). Oczekiwana liczba porównań w algorytmie sortowania QUICKSORT.

Pytanie 4 (3.1, 3.2, 3.3). Własności wariancji. Nierówność Markowa. Nierówność Czebyszewa i jej zastosowanie w problemie kolekcjonera kuponów

Pytanie 5 (4.2.1, 4.2.2, 4.2.3). Ogólny schemat nierówności Chernoffa. Nierówność Chernoffa dla sum niezależnych prób Poissona. Zastosowanie tej nierówności: niezależne rzuty sprawiedliwą monetą, oraz estymacja parametru (rozkładu dwumianowego).

Pytanie 6 (4.3 i 4.4). Lepsze nierówności Chernoffa dla szczególnych zmiennych (przyjmujących jedynie wartości $\{-1, 1\}$ albo $\{0, 1\}$). Zastosowanie do problemu SET BALANCING.

Pytanie 7 (4.6.1). Algorytm trasowania pakietów w hiperkostce (z pełną analizą).

Pytanie 8 (5.2.1). Kule i urny: obciążenie najcięższej urny prawie zawsze jest co najwyżej $3 \ln n / \ln \ln n$.

Pytanie 9 (5.3). Rozkład Poissona i jego własności: momenty, suma niezależnych zmiennych, tworząca momentów i ograniczenia Chernoffa.

Pytanie 10 (5.3.1). Rozkład Poissona jako granica rozkładów dwumianowych z parametrami n i p , gdzie $n \cdot p$ zbiega do stałej.

Pytanie 11 (5.4). Aproksymacja Poissona oraz jej zastosowanie do problemu kul i urn: obciążenie najcięższej urny jest prawie zawsze co najmniej $\ln n / \ln \ln n$.

Pytanie 12 (5.4.1). Problem kolekcjonera kuponów: granica prawdopodobieństwa, że nie zbierzemy wszystkich n kuponów po $n \ln n + cn$ krokach.

Pytanie 13 (7.1). Łańcuchy Markowa na przykładzie analizy randomizowanego algorytmu dla problemów 2-SAT i 3-SAT.

Pytanie 14 (7.2). Klasyfikacja stanów łańcucha Markowa. Ruina gracza. Inne proste przykłady na łańcuchy ze stanami różnych typów.

Pytanie 15 (7.3). Stacjonarny rozkład łańcuchów Markowa. Twierdzenie o istnieniu. Sposoby obliczania stacjonarnego rozkładu. Zastosowanie do analizy prostej kolejki Markowa.

Pytanie 16 (7.4). Losowe spacery w grafie jako zastosowanie łańcuchów Markowa.

Pytanie 17 (8.2). Rozkład jednostajny: gęstość, dystrybuanta, momenty, funkcja tworząca momentów, rozkład pod warunkiem, że wylosowano wartość poniżej ustalonego progu, wartość oczekiwana k -tej statystyki n niezależnych prób zmiennych o rozkładzie jednostajnym.

Pytanie 18 (8.3). Rozkład wykładniczy. Gęstość, dystrybuanta, momenty, funkcja tworząca momentów, własność bez pamięci, rozkład minimum n niezależnych prób.

Pytanie 19 (8.3.2). Problem kul i urn ze wzmocnionym feedbackiem.

Pytanie 20 (8.4). Proces Poissona. Definicja. Prawdopodobieństwo pojawienia się n zdarzeń w ustalonym odcinku czasowym długości t (Twierdzenia 8.7 i 8.8).

Pytanie 21 (8.4.1). Proces Poissona. Rozkład czasów pomiędzy zdarzeniami (Twierdzenia 8.9, 8.10 i 8.11).

Pytanie 22 (8.4.2). Scalanie i rozdzielanie procesów Poissona (Twierdzenia 8.12 i 8.13).

Pytanie 23 (8.4.3). Warunkowe czasy pojawiania się zdarzeń w procesie Poissona (Twierdzenie 8.14).

Pytanie 24 (9.1). Rozkład normalny. Własności, przykłady.

Pytanie 25 (9.3). Centralne Twierdzenie Graniczne. Dowód. Warianty mocniejszych wypowiedzi. Przykład zastosowania.

Pytanie 26 (10.1 i 10.2). Entropia. Definicja. Podstawowe własności. Zastosowanie do szacowania współczynników dwumianowych.

Pytanie 27 (10.3). Entropia jako miara losowości.