

## Lista pytań egzaminacyjnych

Dla ułatwienia czasami podawana jest sekcja w książce z większością materiału do danego pytania. Czasami jednak trzeba zajrzeć w kilka miejsc.

**Pytanie 1** (2.2 i 2.4). Rozkład dwumianowy, rozkład geometryczny i ich własności. Własność bez pamięci, wartość oczekiwana, wariancja, wyższe momenty. Funkcje tworzące momentów.

**Pytanie 2** (2.4.1, 2.5). Problem kolekcjonera kuponów (wartość oczekiwana). Oczekiwana liczba porównań w algorytmie sortowania QUICKSORT.

**Pytanie 3** (3.1, 3.2, 3.3). Własności wariancji. Nierówność Markowa. Nierówność Czebyszewa i jej zastosowanie w problemie kolekcjonera kuponów

**Pytanie 4** (4.2.1, 4.2.2, 4.2.3). Ogólny schemat nierówności Chernoffa. Nierówność Chernoffa dla sum niezależnych prób Poissona. Zastosowanie tej nierówności: niezależne rzuty sprawiedliwą monetą, oraz estymacja parametru (rozkładu dwumianowego).

**Pytanie 5** (4.3 i 4.4). Lepsze nierówności Chernoffa dla szczególnych zmiennych (przyjmujących jedynie wartości w  $\{-1, 1\}$  albo  $\{0, 1\}$ ). Zastosowanie do problemu SET BALANCING.

**Pytanie 6** (5.2.1). Kule i urny: obciążenie najcięższej urny prawie zawsze jest co najwyżej  $3 \ln n / \ln \ln n$ .

**Pytanie 7** (5.3). Rozkład Poissona i jego własności: momenty, suma niezależnych zmiennych, tworząca momentów i ograniczenia Chernoffa.

**Pytanie 8** (5.4). Aproksymacja Poissona oraz jej zastosowanie do problemu kul i urn: obciążenie najcięższej urny jest prawie zawsze co najmniej  $\ln n / \ln \ln n$ .

**Pytanie 9** (5.4.1). Problem kolekcjonera kuponów: granica prawdopodobieństwa, że nie zbierzemy wszystkich  $n$  kuponów po  $n \ln n + cn$  krokach.

**Pytanie 10** (7.1). Łańcuchy Markowa na przykładzie analizy randomizowanych algorytmów dla problemów 2-SAT i 3-SAT.

**Pytanie 11** (7.2). Klasyfikacja stanów łańcucha Markowa. Ruina gracza. Inne proste przykłady na łańcuchy ze stanami różnych typów.

**Pytanie 12** (7.3). Stacjonarny rozkład łańcuchów Markowa. Twierdzenie o istnieniu. Sposoby obliczania stacjonarnego rozkładu. Zastosowanie do analizy prostej kolejki Markowa.

**Pytanie 13** (7.4). Losowe spaceracje w grafie jako zastosowanie łańcuchów Markowa.

**Pytanie 14** (8.2). Rozkład jednostajny: gęstość, dystrybuanta, momenty, funkcja tworząca momentów, rozkład pod warunkiem, że wylosowano wartość poniżej ustalonego progu, wartość oczekiwana  $k$ -tej statystyki  $n$  niezależnych prób zmiennych o rozkładzie jednostajnym.

**Pytanie 15** (8.3). Rozkład wykładniczy. Gęstość, dystrybuanta, momenty, funkcja tworząca momentów, własność bez pamięci, rozkład minimum  $n$  niezależnych prób.

**Pytanie 16** (8.3.2). Problem kul i urn ze wzmocnionym feedbackiem.

**Pytanie 17** (8.4). Proces Poissona. Definicja. Prawdopodobieństwo pojawienia się  $n$  zdarzeń w ustalonym odcinku czasowym długości  $t$  (Twierdzenia 8.7 i 8.8).

**Pytanie 18** (8.4.1). Proces Poissona. Rozkład czasów pomiędzy zdarzeniami (Twierdzenia 8.9, 8.10 i 8.11).

**Pytanie 19** (8.4.2). Scalanie i rozdzielanie procesów Poissona (Twierdzenia 8.12 i 8.13).

**Pytanie 20** (8.4.3). Warunkowe czasy pojawiania się zdarzeń w procesie Poissona (Twierdzenie 8.14).

**Pytanie 21** (9.1). Rozkład normalny. Własności, przykłady.

**Pytanie 22** (9.3). Centralne Twierdzenie Graniczne. Dowód. Warianty mocniejszych wypowiedzi. Przykład zastosowania.

**Pytanie 23**. Norma całkowitego wahania rozkładów prawdopodobieństwa, sprzęganie rozkładów prawdopodobieństwa i związek między nimi.

**Pytanie 24**. Lemat o sprzęganiu łańcuchów Markowa, lemat o monotoniczności, twierdzenie o geometrycznej zbieżności.

**Pytanie 25** (12.2.3, 12.5). Łańcuch Markowa na zbiorach niezależnych ustalonej wielkości. Łańcuch Markowa na poprawnych kolorowaniach wierzchołkowych. Ich czasy mieszania.

**Pytanie 26** (11.1,11.2). Ogólny schemat metody Monte Carlo otrzymywania FPRAS dla problemów obliczeniowych. Konstrukcja FPRAS dla zliczania wartościowań spełniających formuły DNF. Podejście naiwne i podejście lepsze.

**Pytanie 27** (11.3). Konstrukcja FPRAS dla zliczania zbiorów niezależnych w grafie przy założeniu FPAUS.

**Pytanie 28** (12.6). Metoda path coupling na przykładzie konstrukcji FPAUS na przestrzeni zbiorów niezależnych w grafie z  $\Delta(G) \leq 4$ . (Wystarczy wykazać, że  $\mathbf{E}(d_{t+1} \mid d_t) \leq d_t$ .)