

Lista pytań egzaminacyjnych

Dla ułatwienia czasami podawana jest sekcja w książce z większością materiału do danego pytania.

Pytanie 1. Rozkład dwumianowy, rozkład geometryczny i ich własności. Własność bez pamięci, wartość oczekiwana, wariancja, wyższe momenty. Funkcje tworzące momentów.

Pytanie 2. Problem kolekcjonera kuponów (wartość oczekiwana). Oczekiwana liczba porównań w algorytmie sortowania QUICKSORT.

Pytanie 3. Własności wariancji. Nierówność Markowa. Nierówność Czebyszewa i jej zastosowanie w problemie kolekcjonera kuponów.

Pytanie 4. Ogólny schemat nierówności Czernowa. Nierówność Czernowa dla sum niezależnych prób Poissona. Zastosowanie tej nierówności: niezależne rzuty sprawiedliwą monetą.

Pytanie 5. Kule i urny: obciążenie najcięższej urny prawie zawsze jest co najwyżej $3 \ln n / \ln \ln n$.

Pytanie 6. Rozkład Poissona i jego własności: momenty, suma niezależnych zmiennych, tworząca momentów i ograniczenia Chernowa.

Pytanie 7. Aproksymacja Poissona oraz jej zastosowanie do problemu kul i urn: obciążenie najcięższej urny jest prawie zawsze co najmniej $\ln n / \ln \ln n$.

Pytanie 8. Problem kolekcjonera kuponów: granica prawdopodobieństwa, że nie zbierzemy wszystkich n kuponów po $n \ln n + cn$ krokach.

Pytanie 9. Łańcuch Markowa. Nieprzywiedlność, okres stanu i okres łańcucha. Prawdopodobieństwa przejść pomiędzy stanami w nieprzywiedlnym i nieokresowym łańcuchu Markowa. Stany powracające (dodatnie i zerowe) i chwilowe. W każdym nieprzywiedlnym, skończonym łańcuchu Markowa oczekiwany czas przejścia pomiędzy dwoma stanami jest skończony.

Pytanie 10. Rozkład stacjonarny. Istnienie, unikalność oraz interpretacja.

Pytanie 11. Norma całkowitego wahania rozkładów prawdopodobieństwa, własności normy, sprzęganie rozkładów prawdopodobieństwa. Związek między normą a sprzęganiem.

Pytanie 12. Lemat o sprzęganiu łańcuchów Markowa, lemat o monotoniczności.

Pytanie 13. Twierdzenie o geometrycznej zbieżności rozkładu stanu łańcucha do rozkładu stacjonarnego.

Pytanie 14. Losowe spacery w grafie jako zastosowanie łańcuchów Markowa.

Pytanie 15. Rozkład jednostajny: gęstość, dystrybuanta, momenty, funkcja tworząca momentów, rozkład pod warunkiem, że wylosowano wartość poniżej ustalonego progu, wartość oczekiwana k -tej statystyki n niezależnych prób zmiennych o rozkładzie jednostajnym.

Pytanie 16. Rozkład wykładniczy. Gęstość, dystrybuanta, momenty, funkcja tworząca momentów, własność bez pamięci, rozkład minimum n niezależnych prób. Funkcja Gamma i rozkład Gamma. Związek z rozkładem wykładniczym.

Pytanie 17 (8.3.2). Problem kul i urn ze wzmocnionym feedbackiem.

Pytanie 18 (8.4). Proces Poissona. Definicja. Prawdopodobieństwo pojawienia się n zdarzeń w ustalonym odcinku czasowym długości t (Twierdzenia 8.7 i 8.8).

Pytanie 19 (8.4.1). Proces Poissona. Rozkład czasów pomiędzy zdarzeniami (Twierdzenia 8.9, 8.10 i 8.11).

Pytanie 20 (8.4.2). Scalanie i rozdzielanie procesów Poissona (Twierdzenia 8.12 i 8.13).

Pytanie 21 (8.4.3). Warunkowe czasy pojawiania się zdarzeń w procesie Poissona (Twierdzenie 8.14).

Pytanie 22. Naturalny proces losowy motywujący gęstość rozkładu normalnego. Rozkład normalny. Własności. Funkcja tworząca.

Pytanie 23 (9.3). Centralne Twierdzenie Graniczne. Dowód. Warianty mocniejszych wypowiedzi.

Pytanie 24. Siła dwu wyborów. Model eksperymentu, wypowiedzi twierdzeń. Dowód ograniczenia górnego (ten w książce) przez iterację ograniczeń na prawdopodobieństwa warunkowe pewnych zdarzeń.

Pytanie 25 (*). Siła dwu wyborów. Model eksperymentu, wypowiedzi twierdzeń. Dowód ograniczenia górnego przez drzewa świadczące.

Pytanie 26 (*). Siła dwu wyborów. Model eksperymentu, wypowiedzi twierdzeń. Dowód ograniczenia dolnego.