

Rozkład jednostajny

Zadanie 1. Niech X oraz Y będą niezależnymi zmiennymi losowymi z rozkładu jednostajnego na przedziale $[0, 1]$.

- (i) Znajdź gęstość i dystrybuantę zmiennej $Z = X + Y$.
- (ii) Wyznacz gęstość, dystrybuantę, wartość oczekiwaną i wariancję zmiennej $Z = |X - Y|$.

Zadanie 2. Z kwadratu o boku 1 losujemy jednostajnie i niezależnie dwa punkty A oraz B . Wyznacz oczekiwaną długość odcinka AB .

Zadanie 3. Z kwadratu o boku 1 losujemy jednostajnie punkt P . Punkt P wraz z bokami kwadratu tworzy 4 trójkąty. Wyznacz oczekiwane pole największego trójkąta. Podaj również wartość numeryczną.

Zadanie 4. Z ustalonego okręgu losujemy jednostajnie i niezależnie 3 punkty A , B oraz C . Jakie jest prawdopodobieństwo, że środek okręgu leży wewnątrz trójkąta ABC ?

Zadanie 5. Łamiemy kij długości 1 w jednostajnie losowo wybranym punkcie.

- (i) Jaka jest oczekiwana długość krótszej części?
- (ii) Jaki jest oczekiwany stosunek długości części krótszej do części dłuższej?
- (iii) Jaki jest oczekiwany stosunek długości części dłuższej do części krótszej?

Zadanie 6. Łamiemy kij w dwóch niezależnie i jednostajnie wybranych punktach. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że z otrzymanych kawałków można zbudować trójkąt?

Zadanie 7. Niech X oraz Y będą zmiennymi losowymi z rozkładu jednostajnego na przedziale $[0, 1]$. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że najbliższa liczba całkowita do ilorazu X/Y jest parzysta (uznajemy zero za parzyste)? Wynik przedstaw w formie $a + b\pi$.

Zadanie 8. Losujemy n przedziałów I_1, \dots, I_n w następujący sposób: konstruując i -ty przedział losujemy niezależnie i jednostajnie jego oba końce z przedziału $[0, 1]$. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że istnieje punkt p należący do wszystkich wylosowanych przedziałów?