Piotr Micek i Michał Seweryn

# Kontrolowanie skoków w grafie z kratą rozpinającą

Mówimy, że graf $H$ *rozpina* graf $G$ jeśli $H \subseteq G$ i $V(H) = V(G)$.

Niech $H$ będzie grafem izomorficznym do kraty $k \times n$. Wierzchołek leżący na przecięciu $i$-tego wiersza i $j$-tej kolumny kraty $H$ oznaczamy przez $v_H(i,j)$. *Brzegiem* o szerokości $d$ grafu $H$ nazywamy zbiór $\delta_d(H) = \{v_H(i,j) \mid \min\{i, j, k-i+1, n-j+1\} \leqslant d\}$.

**Zadanie 1.** Wykazać, że istnieją takie funkcje $\ell = \ell(t)$ oraz $n = n(t,k)$, że dla dowolnych liczb całkowitych $t, k > 0$ oraz dowolnego grafu $G$ bez $K_t$-minora, jeżeli graf $H \cong \boxplus_n$ rozpina $G$, to istnieje podkrata $\boxplus_k \cong H_1 \subseteq H$ oraz zbiór $U \subseteq V(G) - V(H_1)$ takie, że:

(i) $|U| \leqslant \ell$,
(ii) $G[V(H_1)]$ jest planarny oraz
(iii) dla każdej krawędzi $xy \in E(G)$ jeśli $x \in V(H_1) - \delta_1(H_1)$, to $y \in V(H_1)$ lub $y \in U$.