

Zadania domowe

Maksymalna liczba punktów do zdobycia za ten zestaw wynosi 10.

Termin wysyłania rozwiązań mija 7 czerwca o godzinie 23:59.

Zadanie 1 (4 punkty). Niech \mathcal{T} będzie splątaniem w grafie G . Wywnioskować następujące własności zbiorów niezależnych względem splątania \mathcal{T} z aksjomatów funkcji rangi (patrz skrypt):

1. zbiór pusty jest zbiorem niezależnym,
2. podzbiór zbioru niezależnego jest niezależny, oraz
3. Jeżeli X i Y są takimi zbiorami niezależnymi, że $|X| < |Y|$, to dla pewnego elementu $y \in Y \setminus X$ zbiór $X \cup \{y\}$ jest niezależny.

Zadanie 2 (4 punkty). *Maliną* w grafie G nazywamy taką rodzinę spójnych podzbiorów wierzchołków, że dla dowolnych trzech X_1, X_2, X_3 z nich, mamy $X_1 \cap X_2 \cap X_3 \neq \emptyset$ lub istnieje taka krawędź, że każdy ze zbiorów X_1, X_2, X_3 zawiera co najmniej jeden koniec tej krawędzi. *Rzędem maliny* nazywamy moc najmniejszego zbioru mającego niepuste przecięcie ze wszystkimi jej elementami. Wykazać, że graf ma malinę rzędu co najmniej k wtedy i tylko wtedy gdy ma splątanie rzędu co najmniej k .

Zadanie 3 (4 punkty). Niech $k \geq 1$ i niech \mathcal{T} będzie rodziną takich $(k-1)$ -separacji (A, B) kraty \boxplus_k , że B zawiera w całości pewien wiersz kraty. Wykazać, że \mathcal{T} jest splątaniem rzędu k .